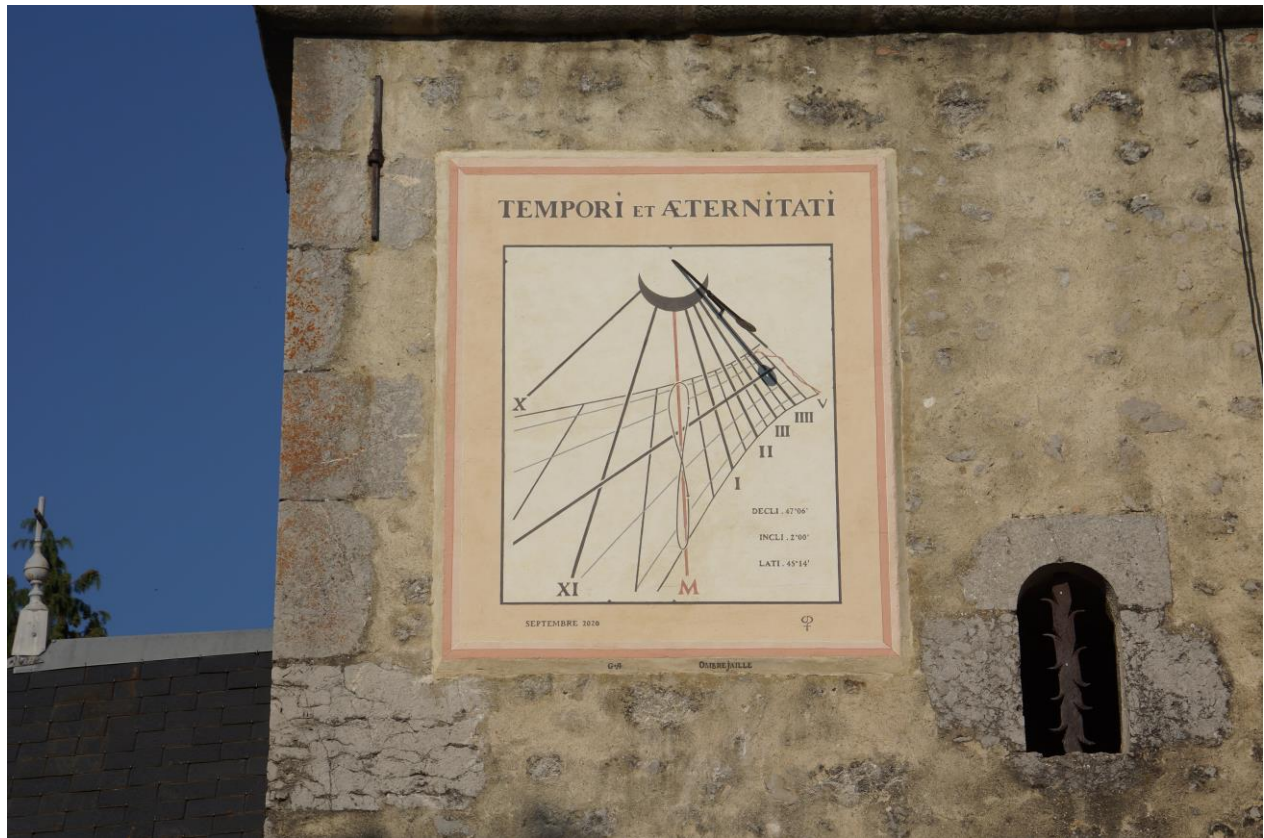


# Cadran solaire méridienne de l'église de Biviers



Septembre 2020

## Sommaire

1. Du cadran à la montre
2. Genèse du projet
3. Description du cadran
4. Dimensions, réalisation, décoration et acteurs
5. Aspects avancés astronomiques et techniques
6. Ensoleillement et panorama

# 1. Du cadran à la montre

Le scénario d'un passant devant un cadran est simple. Il regarde le cadran, puis sa montre et conclut : il est faux. Avant toute explication sur les cadrans, il faut rétablir leur sérieux car, s'ils sont des objets artistiques très décoratifs, ils sont aussi des instruments de mesure du temps, heureuse rencontre de l'art et de la science.

Nous donnons ci-dessous (fig. 1) la courbe qui permet de passer de l'heure du cadran à celle de nos montres :

- en fonction du jour dans l'année, ajouter la correction indiquée à l'heure lue sur le cadran.

- en régime d'heure d'été, ajouter 1 heure.

Exemple : si un 21 septembre le cadran indique 16 h, il faut ajouter 30 minutes (rond bleu), puis une heure d'été : l'heure de la montre sera donc 17h30. La même observation le 11 décembre, conduirait à 16 h 30 (pas d'heure d'été).

Les explications sont données dans la partie 5.

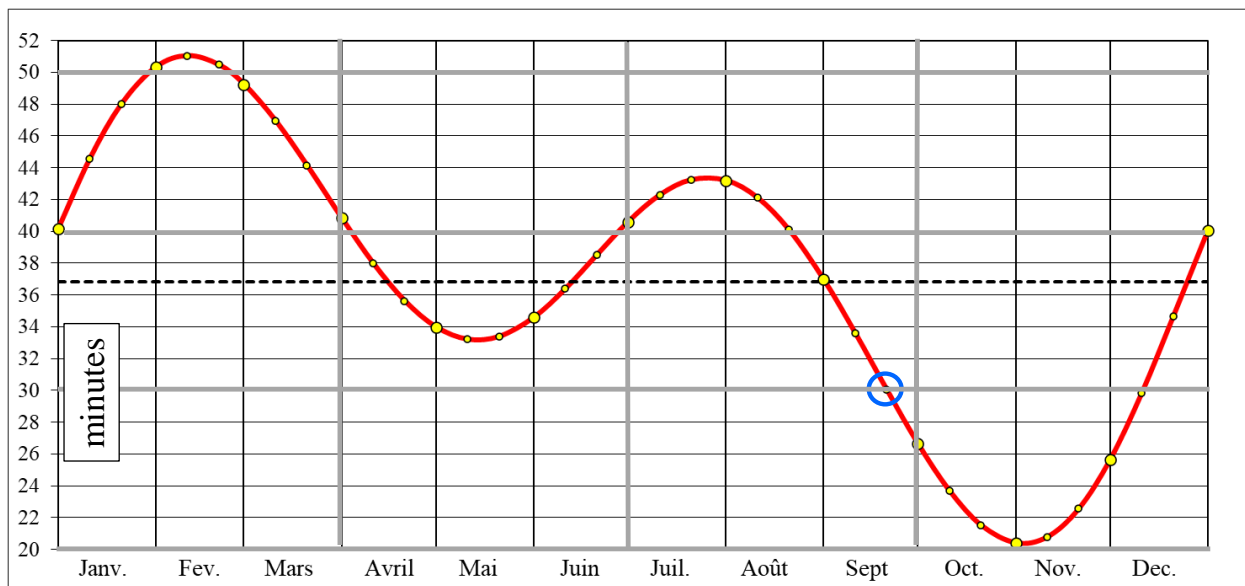


Figure 1. Correction à ajouter à la montre, en minutes, en fonction du jour d'observation. En régime d'heure d'été, ajouter encore 1 h. Les gros points correspondent au 1<sup>er</sup> du mois et les plus petits aux 11 et 21. La ligne pointillée représente la valeur moyenne, 37 minutes.

## 2. Genèse du projet

### Découverte

En mai 2018, une horloge monumentale qui pilotait un cadran à aiguilles, et une tige forgée munie d'un disque percé d'un trou ont été retrouvées dans les combles du presbytère par des membres de l'association Art & Patrimoine à Biviers. L'horloge a été restaurée en 2019 et se trouve désormais exposée dans la salle du conseil de la mairie.

### Un style de cadran solaire !

La pièce métallique était de toute évidence un style, on dit aussi gnomon, de cadran solaire (fig. 2). Compte tenu de son renfort latéral (jambage) et de l'orientation du disque, ce style était manifestement conçu pour être implanté sur une façade Sud-Ouest, très probablement sur la cure ou l'église. Aucune trace d'un ancien cadran n'était visible, et aucun document n'a été retrouvé.



Figure 2. Le style découvert en mai 2018 dans les combles du presbytère de Biviers, fixé sur une maquette en bois, puis sur le cadran.

## Restauration

L'association Art & Patrimoine ayant le projet de faire revivre ce style, un examen des lieux a conduit à chercher le meilleur emplacement sur un des murs de l'église.

Pour des questions d'ensoleillement, de visibilité et d'esthétique, il a été décidé de l'implanter sur le clocher, sur sa face S-O, entre les pierres d'angle du mur et un fenestron, à 7 mètres de hauteur, un peu en dessous de la première corniche, de façon que cette dernière lui offre une protection contre les intempéries, sans nuire à son ensoleillement.

## Type de cadran

La présence d'un œilleton au centre du disque, qui donne une tache de lumière bien définie laisse à penser que ce style équipait un cadran de précision. Il pouvait s'agir d'une méridienne (voir paragraphe dédié) qui un temps servait à régler les montres et horloges, et rappelons-nous que le style a été trouvé près d'une horloge, ou d'un cadran avec méridienne intégrée.

C'est ce dernier type qui a été retenu car la hauteur du cadran sur le clocher imposait qu'il occupe un espace conséquent et surtout un cadran offrait une lecture sur une large plage horaire.

## Dimensions

Ce sont la longueur du style et, dans une moindre

mesure, l'orientation du mur qui décident de la hauteur de la table du cadran. Pour que la lumière de l'œilleton soit bien sur le cadran au solstice d'été, il était nécessaire de disposer d'une hauteur minimum de 1,2 m. La largeur est alors une question d'équilibre des tracés.

Avant les travaux, le projet a fait l'objet d'une validation par la municipalité et par la paroisse.

## 3. Description du cadran

### Le style

La tige a un diamètre de 12 mm. Le disque de diamètre 80 mm est percé d'un trou (œilleton) de 9 mm de diamètre. La longueur effective du style (pied-œilleton) est de 500 mm. Un renfort est fixé au milieu de la tige et ils sont tous deux munis de pattes de fixation conséquentes, nervurées, de 50 mm de longueur.

Placée sur un cadran, la tige est dirigée vers le pôle Nord. En suivant sa direction, on porte notre regard vers l'étoile polaire. Pour bien comprendre le fonctionnement d'un cadran, il faut imaginer que le soleil tourne régulièrement autour de l'axe matérialisé par cette tige.

On se sert de la lumière créée par l'œilleton, de forme ovale, pour lire les informations du cadran ; nous l'appellerons aussi spot par la suite. Pour une lecture approchée des heures on peut aussi tout simplement se servir de l'ombre de la tige comme sur une horloge.

## Surface du cadran (table)

La surface du cadran est plane. Il n'est pas interdit d'imaginer des cadrans sur des surfaces plus compliquées, mais il faut alors une description exacte de la forme adoptée.

Très généralement les surfaces utilisées sont verticales. Ce n'est pas le cas ici, car le mur du clocher présente une inclinaison, un léger fruit. ( $2^\circ$ , voir § 5).

## Cadran incliné et déclinant

Du fait que ce cadran n'est pas plein Sud et qu'il est incliné, il est qualifié de déclinant-incliné. On pourrait même préciser déclinant Ouest ( $47^\circ$ , voir § 5).

## Ligne de midi

La ligne de midi (fig. 3) est la ligne maîtresse du cadran. Quand il est midi, le soleil traverse le méridien local, il passe exactement au Sud (sous nos latitudes). C'est le midi solaire. Cette ligne partage la journée en deux parties égales, côté ensoleillement s'entend et compte non tenu des reliefs.

Elle n'est pas tout à fait verticale du fait du caractère déclinant-incliné du cadran. On ne parle d'ailleurs plus de verticale, mais de ligne de plus grande pente.

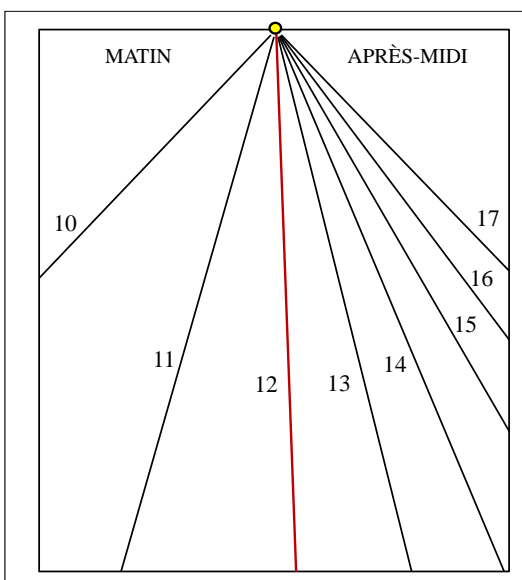


Figure 3. La ligne de midi, en rouge, est légèrement inclinée ( $2^\circ$ ) du fait de la déclinaison (désorientation/Sud) et de l'inclinaison du mur. Les droites horaires convergent toutes en un point appelé centre du cadran, qui est aussi le point de fixation du pied du style.

## Les droites horaires

Elles ne sont pas régulièrement espacées à cause de la projection effectuée de fait sur le mur. Seul un cadran dont le plan serait parallèle à l'équateur, cadran dit équatorial, aurait des graduations équidistantes.

Le cadran dispose de lignes allant de 10h à 17h, avec insertion des  $\frac{1}{2}$  heures. Ce sont ces heures solaires qui, autrefois, accompagnaient l'activité humaine. À 15 h il y a 3 heures que le soleil est passé au Sud.

## La droite des équinoxes

Elle est ici ascendante vers la droite (fig. 4). Elle serait descendante sur un mur orienté avec une composante Est, et horizontale pour un cadran plein Sud. Comme la ligne de midi elle effectue un partage équitable, cette fois des saisons : automne et hiver au-dessus, et printemps et été au-dessous. Le 20 mars et le 22 septembre (ou le 23, effet des années bissextiles), l'ovale du spot suit cette droite.

Tout un chacun peut tracer une telle droite : il suffit de suivre l'ombre de n'importe quel objet (bâton, coin de boîte, de table ou de toit ...) sur une surface plane (table, mur, terrasse, parking ...), ombre que l'on peut visualiser avec des marques au crayon, des cailloux ... ou des noix ! Tous ces points seront alignés, et si la surface utilisée est horizontale, ils indiqueront la direction Est-Ouest.

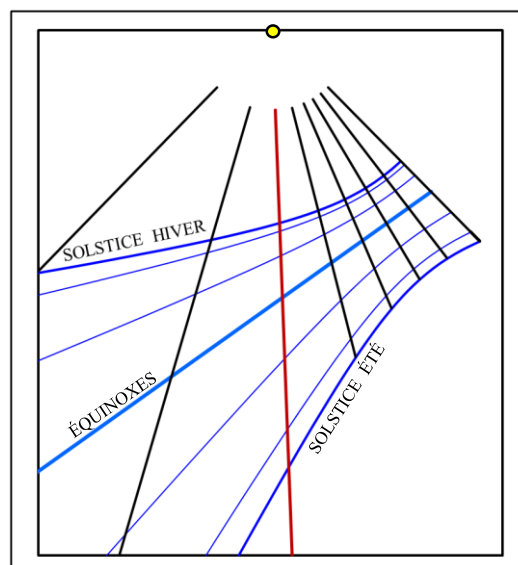


Figure 4. Courbes diurnes : droite des équinoxes, hyperboles des solstices et hyperboles intermédiaires. Entre chacune de ces lignes, 1 mois s'est écoulé.



## Les hyperboles des solstices

Au solstice d'été qui a lieu le 20 ou 21 juin suivant les années, le soleil passe par un maximum de hauteur par rapport à l'équateur. Il survole le tropique du cancer avec une déclinaison de  $23^{\circ}26'$ .

*Ne pas confondre cette déclinaison avec la déclinaison du cadran, son orientation.*

Le spot va suivre une courbe bien définie, une hyperbole sous nos latitudes (fig. 4). Ce serait une parabole au cercle polaire arctique, et ensuite une ellipse jusqu'au pôle Nord où l'on observerait un cercle. Cette hyperbole est située en bas du cadran ; elle limite les indications côté inférieur.

Même constatation autour du 21 ou 22 décembre, le soleil est stationnaire à son minimum de hauteur en dessous de l'équateur à  $-23^{\circ}26'$ , et le spot décrit alors l'hyperbole du solstice d'hiver.

## Courbes diurnes / Hyperboles

Un jour quelconque de l'année, le spot décrit une courbe proche d'une hyperbole car même si la hauteur du soleil varie continûment au fil des heures, ce n'est pas très visible sur le cadran. Quatre hyperboles ont été représentées (fig. 4).

Les deux plus proches de l'équinoxe correspondent à une hauteur médiane du soleil égale à  $\pm 11^{\circ}43'$  ( $\pm 23^{\circ}26'/2$ ). Elles sont parcourues par le spot le 20-21 avril et le 22 août pour le printemps et l'été, et le 17-18 février et le 23-24 octobre pour l'hiver et l'automne.

Les deux plus proches des solstices sont tracées pour  $\pm 20^{\circ}18'$  ( $\pm 23^{\circ}26' \times \sqrt{3}/2$ ) : 21-22 mai / 21-22 juillet et 19 janvier / 22-23 novembre.

Entre chacune de ces hyperboles, il s'est écoulé sensiblement 1 mois.

On constate donc qu'en plus des heures, un cadran est capable d'indiquer une date. Certains sont d'ailleurs gradués en mois et jours, et il est possible d'y lire la date au jour près. Ce n'était pas très adapté pour ce cadran, et il aurait fallu conseiller aux observateurs de se munir de jumelles !

## La méridienne, ou équation du temps, analemme du soleil, grand 8.

Sa compréhension passe par une expérience préalable, que toute personne peut effectuer, si elle bénéficie d'un ensoleillement généreux et si elle est très patiente. Il lui faut placer un appareil photo fixe orienté de préférence vers le Sud, et prendre une photo du soleil un maximum de jours à la même heure de la

montre, 12 h par exemple, et 13 h en régime heure d'été, pendant au moins une année. La superposition des images dessinera un grand 8 dans le ciel (voir insert figure 5).

Ceci veut clairement dire que le soleil ne passe pas tous les jours au Sud à la même heure de la montre. Par rapport à la moyenne des passages, il peut avancer ou retarder jusqu'à  $\frac{1}{4}$  h (mi-février et début novembre). C'est ce que représente le 8 du cadran (figure 7) et qui explique les oscillations de la figure 1.

Sur le cadran, ces écarts sont situés de part et d'autre de la ligne de midi qui en représente en fait la moyenne. Deux flèches sur le 8 indiquent le sens de parcours durant une année.

A titre d'illustration, nous avons indiqué les signes conventionnels du zodiaque qui correspondent sensiblement aux intervalles entre les hyperboles.

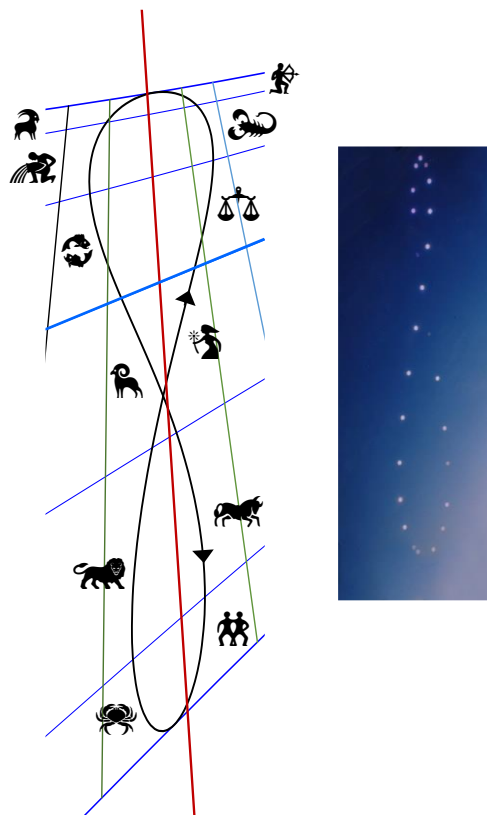


Figure 5. Méridienne. De part et d'autre de la ligne de midi, en rouge, les lignes horaires sont espacées de 10 minutes : les écarts atteignent donc  $\pm \frac{1}{4}$  h.

Les points à droite de la ligne de midi indiquent un soleil en avance par rapport au soleil moyen du lieu. *Pour plus de lisibilité, le 8 a été élargi ( $\times 2$ ).*

Insert : superposition de photos du soleil prises à la même heure de la montre durant 1 année.

Insistons : cette courbe n'est pas nécessaire pour lire l'heure solaire, qui est toujours donnée par les droites horaires. Nous verrons plus loin (§ 5) qu'elle intervient dans la conversion de l'heure solaire en heure de nos montres.

*Le coin des curieux.*

*Ces écarts sont la somme de deux effets :*

- la Terre dont l'orbite n'est pas un cercle mais une ellipse ne se déplace pas à vitesse constante autour du soleil.
- le plan de son orbite n'est pas confondu avec le plan de l'équateur terrestre :  $23^{\circ}26'$  les séparent. Une annexe en fin de document en donne le détail.

*Deux conséquences méconnues :*

- ces variations font qu'une journée, par exemple la durée entre deux passages du soleil au Sud n'est généralement pas de 24 heures : elle peut être plus courte ou plus longue d'environ 30 secondes, en septembre et décembre.
- le solstice d'été correspond au jour le plus long, et celui d'hiver au plus court, c'est acquis. Mais ils ne correspondent pas aux maxima et minima des heures de levers et couchers. Typiquement autour du solstice d'hiver, les jours commencent à grandir le soir à partir du 10 décembre, tandis que les matins ne s'élargissent qu'après le 2 janvier. Mi-janvier, le matin n'a augmenté que de 6 minutes alors que le coucher s'est déjà octroyé  $\frac{1}{2}$  h !

## Les heures de couchers de soleil

Vu de Biviers, le soleil ne se couche pas à l'horizon, loin de là, il peut même se dérober très haut, à plus de  $25^{\circ}$  de hauteur sur le St Eynard. Il est inutile de prolonger les droites horaires et hyperboles au-delà.

Il a été reporté sur le cadran une courbe qui indique l'heure de coucher en fonction des déclinaisons, donc des saisons (fig. 6). Une constatation : pendant plus de 7 mois de l'année, de début mars à mi-octobre, le coucher de soleil a lieu à peu près à la même heure solaire : 17 h. Ce fait, lié au profil des montagnes environnantes, était connu des anciens de Biviers, dont la vie était rythmée par le soleil, et est « redécouvert » aujourd'hui par les habitants disposant d'une piscine, lieu hautement sensible à l'ensoleillement !

Ces couchers ne prennent pas en compte la végétation, qui limite l'éclaircissement durant l'automne et le printemps (voir § 6).

*PS : la courbe des couchers, originale pour un cadran solaire, n'est pas facile à établir. Les applications internet sont (encore) trop imprécises pour procurer le profil des reliefs observés depuis un lieu donné, surtout s'ils sont proches. Elle a été essentiellement établie avec des photos, calées sur des calculs géodésiques appliqués à des sommets bien identifiés (Moucherotte, Rachais ...), et pour le St Eynard sur de nombreux couchers (25) observés depuis l'échafaudage des travaux, non seulement du soleil, mais aussi de la lune et d'étoiles.*

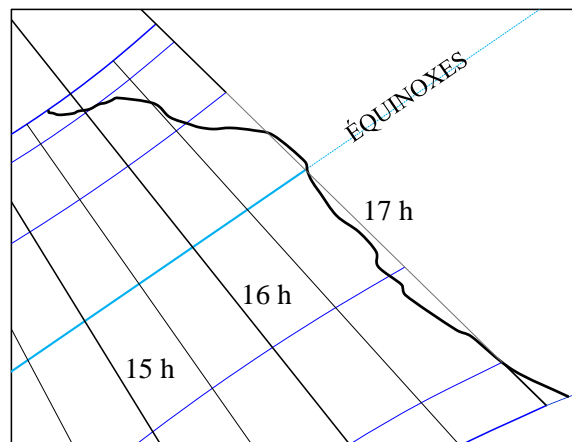
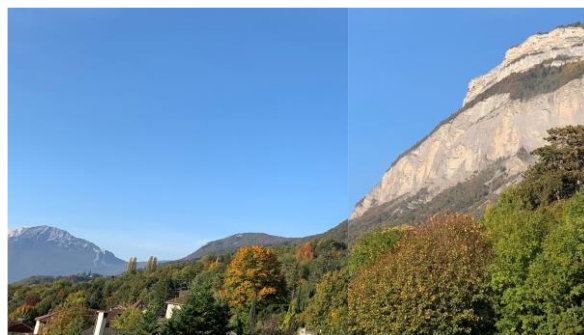


Figure 6. Photographie (19 octobre 2020) : reliefs concernés par les couchers de soleil qui s'étendent du Vercors (Moucherotte) à gauche jusqu'à la Chartreuse (St Eynard) à droite.

Graphique : correspondance sur le cadran. La projection entraîne une déformation de la ligne des crêtes et une inversion haut-bas.

## Le cadran complet

La figure 7 rassemble tous les éléments constitutifs du cadran théorique.  
La réalisation pratique est quant à elle présentée sur figure 7bis

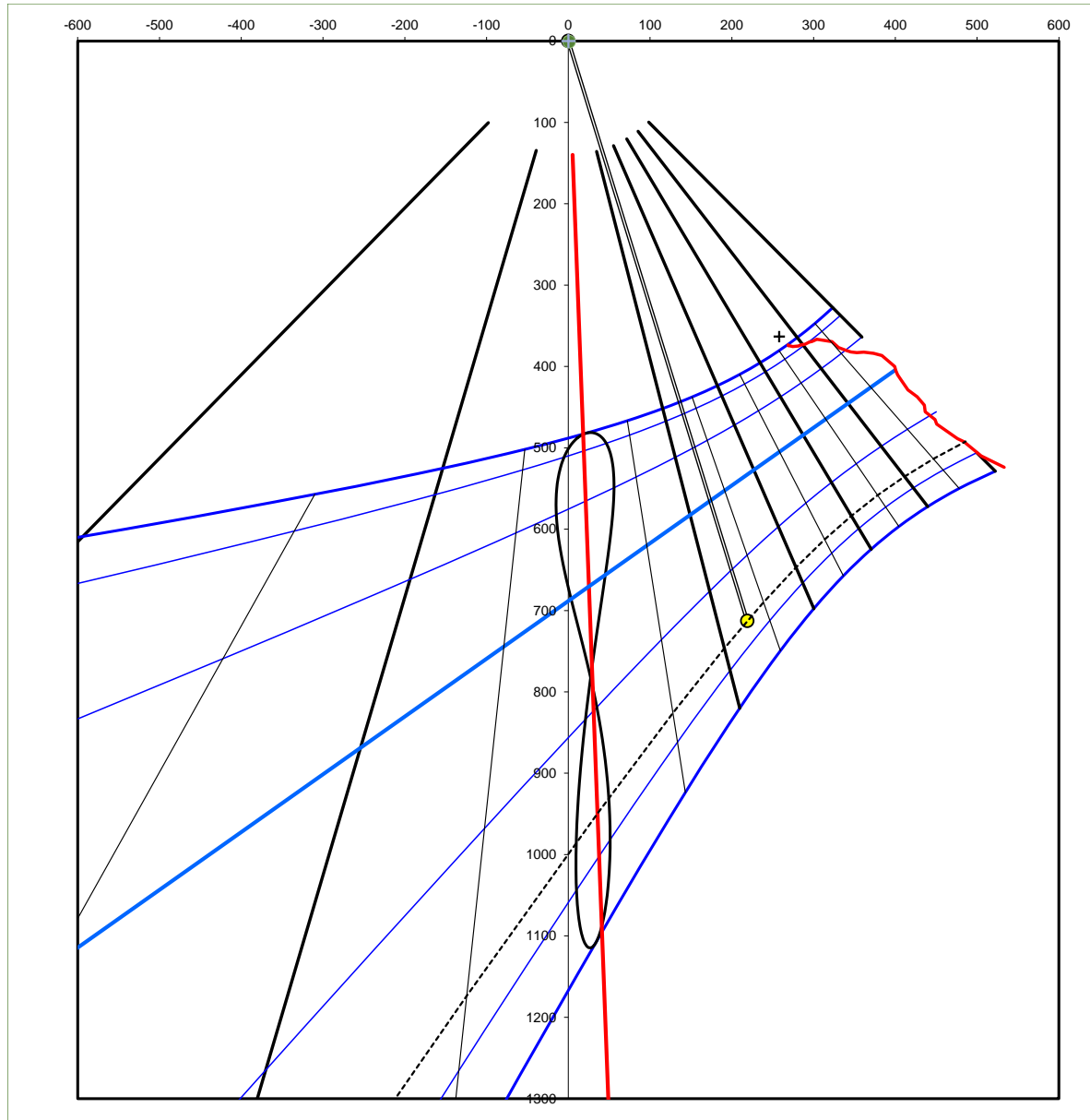


Figure 7. Tracé théorique du cadran : lignes horaires, hyperboles, méridienne et reliefs. La ligne pointillée est la courbe diurne du 31 juillet, munie d'un soleil calculé pour 13 h TU. (15 h en heure d'été).





## 4. Localisation, dimensions, réalisation, décoration et acteurs

### Localisation

Biviers, Isère  
Latitude : 45,2367° Nord  
Longitude : 5,7966° Est  
Altitude : 450 m

### Quelques dimensions

Hauteur hors tout : 202 cm  
Largeur hors tout : 165 cm  
Surface : 3,3 m<sup>2</sup>

Cadre intérieur :  
Hauteur : 137 cm  
Largeur : 117 cm.

Quatre petits triangles dessinés à l'intérieur du cadre situent les axes gnomoniques du cadran : l'un est horizontal, l'autre « vertical » suit en fait la ligne de plus grande pente. Ils se croisent au centre du cadran, qui se situe 5 cm en dessous du cadre.

### Maçonnerie

Le mur du clocher était sain, et n'a pas nécessité de préparation préalable.

Compte tenu de la rupture de pente et de la non-planéité du mur, l'épaisseur moyenne de matériau nécessaire à la réalisation de la table est d'environ 5 cm.

Quatre couches ont été appliquées :

- les trois premières (gobets et "inténacco") sont en chaux hydraulique et sable graduellement plus fin
- la dernière en chaux aérienne et sable très fin.

Ce sont plus de 300 kg de matériaux qui ont été hissés, à la force des bras, à 7 mètres de hauteur ; le cadranier gnomoniste théoricien et artiste peintre est aussi un vrai maçon !

*NB : les bâtiments anciens sont construits à la chaux, église de Biviers comprise. L'utilisation du ciment est plus récente, datant du 19<sup>ème</sup> siècle.*

### Peinture

La table ainsi que les lignes et les inscriptions ont eu droit à deux couches de peinture haute résistance au temps, au soleil et aux intempéries. Ils s'agit de peinture minérale aux silicates (KEIM-Granital).

Une couche de patine a été appliquée en fin de réalisation.

### Devise et décoration

L'aspect général du cadran et le choix de la devise sont le fruit du travail de Danielle BAL, Cathie BECQUAERT, Yves GEMAIN et Marc RONDET, membres de l'association Art & Patrimoine à Biviers

La devise « TEMPORI ET ÆTERNITATI » a été empruntée au splendide et très savant cadran solaire à réflexion du lycée Stendhal de Grenoble (à l'époque de la réalisation du cadran, 1573, Collège des Jésuites)

Elle signifie. « POUR LE TEMPS PRÉSENT ET L'ÉTERNITE »

La décoration est inspirée de la chapelle de La Garde, près de Bourg d'Oisans ; les couleurs du cadre sont assorties aux briques du clocher.

Le tout a été harmonisé par l'artiste cadranier.

### Les acteurs

Donneur d'ordre :  
Association Art & Patrimoine à Biviers,

Bailleur :  
Municipalité de Biviers

Financement :  
Art & Patrimoine à Biviers  
Comité de Coordination et d'Entraide  
Département de l'Isère  
Municipalité de Biviers

Logistique et informatique :  
Marylin ARNDT, Biviers

Réalisation :  
Didier et Brune COTTIER, Atelier OMBRE-JAILLE,  
Montalieu, Isère  
Gilbert VINCENT, Biviers.

Dates : 3 premières semaines de septembre 2020, fin le 17, juste avant l'équinoxe d'automne, le 22, qui a permis de valider rapidement la droite des équinoxes !



Figure 8. Le clocher de l'église de Biviers avant, pendant, et après septembre 2020.

## 5. Aspects avancés astronomiques et techniques

### De l'usage des cadrans / méridiennes par les horlogers

La lecture des cadrans a été la première source sérieuse d'indication de l'heure. Mais rapidement, les horloges sont devenues suffisamment précises pour que les horlogers ne puissent plus se contenter de les régler sur les lignes horaires des cadrans qui subissent des écarts de  $\pm \frac{1}{4}$  h.

D'où la réalisation de méridiennes. Il suffisait de régler les horloges à midi pile quand le spot passait sur le 8, du bon côté cela va de soi ! La correction de l'équation du temps était ainsi automatiquement effectuée, et ils disposaient ainsi d'une heure régulière, suffisamment précise pour leurs activités. Cette heure est évidemment locale, différente de celle des villes de longitude différente, ce qui a conduit à définir des heures identiques pour un pays, voire pour un ensemble de pays, l'heure de nos montres (paragraphe suivant).

*Plusieurs méridiennes anciennes subsistent dans la région, dont deux à Grenoble. Une des deux est située à l'angle des rues Philis de la Charce et Félix Poulat (arrêt du Tramway Maison du Tourisme) : en face officiait... un horloger.*

### Conversion de l'heure du cadran en heure de la montre

Trois paramètres interviennent dans cette opération :

- l'avance ou le retard du soleil (voir le paragraphe sur la méridienne)
- la longitude du lieu
- l'heure légale.

La latitude et l'orientation du mur n'ont aucune incidence sur cette correction.

Procédure à suivre

- noter l'heure du cadran (heure solaire) : H
- à partir du spot, prolonger par la pensée la courbe diurne vers la méridienne en se glissant entre les hyperboles tracées. En utilisant la bonne intersection avec la méridienne, celle qui respecte les flèches du 8 et les saisons, on peut ainsi déterminer l'avance A ( $>0$ , à droite de la ligne de midi), ou le retard ( $A < 0$ , à gauche). Par exemple le 24 octobre, la courbe diurne se situe sur une hyperbole médiane dont on a déjà parlé,

l'intersection est à droite de la ligne de midi, le soleil présente une avance, que l'on peut estimer à 16 minutes.

- tenir compte du décalage lié à la longitude de Biviers par rapport à Greenwich : pour notre église le soleil passe en avance de 23 minutes et 11 secondes : G ( $>0$ )

Heure de la montre :

Hiver :  $H - A - G + 1$  h

Été :  $H - A - G + 2$  h

Complicé ? Pas de problème, il suffit de retourner à la figure 1, qui intègre toutes ces corrections. Autre méthode plus actuelle, charger une application dédiée sur son téléphone !

*Les gnomoniste utilisent souvent  $E = -A$ .*

*Voir l'annexe en fin de document.*

### Les paramètres du cadran : méthodes et valeurs

Un cadran plan ne dépend que de 3 paramètres : la latitude, l'inclinaison et l'orientation du mur. Pour un mur de caractéristiques identiques, un cadran à Montréal (Canada) serait semblable à celui de Biviers. Leurs valeurs ont été déterminées comme indiqué ci-dessous et sont précisées sur le cadran.

- latitude : naguère on consultait les cartes, aujourd'hui on interroge son téléphone !  
Latitude =  $45^{\circ}14'$
- inclinaison : mesurée avec un niveau à bulle dûment fixé sur une règle de 1,5 mètre et aussi avec un fil à plomb.  
Pente (fruit) =  $35\text{mm/m} = 0,0350$ , soit  $2,00^{\circ}$
- orientation (déclinaison pour les gnomonistes) : tout d'abord enregistrement sur une planche parallèle au cadre du cadran (fig. 9) d'une courbe diurne complète (72 points de mesure répartis sur 6 heures), générée par un style provisoire dont on a repéré la projection orthogonale sur ladite planche. Ensuite, la latitude et l'inclinaison étant connues, optimisation par le calcul de l'orientation adéquate.  
Orientation =  $47^{\circ}06'$ /Sud, c'est-à-dire  $2^{\circ}$  plus à l'Ouest que le S-O ( $45^{\circ}$ ).

Une méthode d'azimut donne un résultat proche ( $46,5^{\circ}$ ). La boussole est insuffisante et il en est de même des cartes satellites : en suivant la faîte du toit de l'église, on obtient  $49,2^{\circ}$ .



Figure 9. Détermination de l'orientation (déclinaison) du mur. Enregistrement d'une courbe diurne (grand tableau blanc au centre) et table d'azimuts à sa gauche.

## Fixation du style

Afin de bénéficier de l'aide du soleil (cf. paragraphes suivants), nous avons commencé par fixer le style. Les trois paramètres angulaires du cadran étant désormais connus, il faut respecter la position de l'œilleton du style par rapport à l'implantation de la tige dans le mur (voir plus loin la figure 14). C'est un exercice à 3 dimensions assez délicat.

Une fois le style fixé, il faut repérer la projection orthogonale de l'œilleton sur le plan du cadran. Cette projection va devenir momentanément la référence du cadran.

*Remarque : la réalisation d'un cadran déclinant ne pose guère plus de problème qu'un cadran plein Sud, il n'est pas symétrique autour de la ligne de midi, c'est tout.*

*En revanche si on y ajoute l'inclinaison, ce ne sont pas les calculs qui sont compliqués, mais leur report sur la table. La ligne de midi n'est plus verticale, le fil à plomb devient plus difficile à manipuler, et l'utilisation d'une nappe lumineuse laser devient problématique (fig. 10) : le faisceau horizontal est bien horizontal sur le cadran, mais, pour les mêmes raisons qui font que la ligne de midi n'est pas verticale, la nappe verticale ne se traduit pas par la ligne de plus grande pente sur le cadran, sauf si le laser est exactement en face du point considéré du cadran, ce qui n'est pas facile à respecter.*

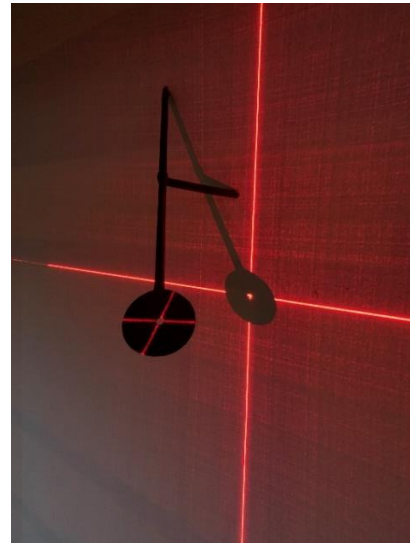


Figure 10. Repérage de la projection orthogonale de l'œilleton. L'horizontale de la nappe laser se traduit par une horizontale sur le cadran, mais la nappe verticale ne définit pas une ligne de plus grande pente : l'équerre, le fil à plomb et le soleil sont conseillés !

## Tracé des courbes maitresses

### Lignes horaires

Le style étant placé, la lumière de l'œilleton a été repérée sur le cadran pour chaque heure et demi-heure, de 11 h à 16 h 30, heures d'ensoleillement du cadran en septembre. Les lignes horaires s'obtiennent en reliant ces points au centre du cadran c'est-à-dire au pied du style (voir le paragraphe « Le centre du cadran »).

### Droite des équinoxes

A partir du pointage des lignes horaires, un calcul pour chaque point permet de situer, sur chaque droite horaire, le point correspondant à la droite des équinoxes: on constate que tous ces points sont extrêmement bien alignés, première validation des paramètres du cadran.

### Hyperboles des solstices

Une démarche identique à celle de la droite des équinoxes fournit les hyperboles des solstices, courbes extrêmes qui délimitent la surface qui sera éclairée par la lumière de l'œilleton.



## Centre du cadran

Nous avons vu que le scellement du style est un exercice délicat. Pour vérifier la position de son pied par rapport à la projection orthogonale de l'œilleton, nous nous sommes servis du fait que la sous-style est perpendiculaire à la droite des équinoxes (voir plus loin la figure 14). Petit exercice avec règle posée sur l'équinoxiale et équerre : il s'avère que le centre du cadran n'est pas exactement au centre de l'implantation du style, mais 5mm plus à gauche : en fait il tangente la tige du style. Les droites horaires seront retracées en les pointant vers ce vrai centre du cadran. Nous en avons aussi profité pour vérifier différentes distances.

## Le soleil, grand géomètre

Une période très ensoleillée nous a permis d'utiliser les ressources de notre astre diurne.

- le pointage des lignes horaires (voir ci-dessus le paragraphe « Lignes horaires ») donne aussi l'occasion d'une deuxième détermination de la déclinaison du mur. On se retrouve en effet dans la situation de la détermination de l'orientation (cf. « Les paramètres du cadran »), cette fois avec le vrai style et la vraie surface du cadran, munis de 13 points de mesure. Le résultat obtenu est identique à celui du style fictif : déclinaison  $47^{\circ}06'$ , nouvelle validation très appréciée !

*NB. La précision attendue de cette méthode de détermination de la déclinaison par courbe diurne est de l'ordre de 2 à 3 minutes d'angle, soit moins d'un mm par mètre.*

- le soleil a aussi été utilisé pour vérifier deux lignes de plus grande pente : d'abord celle qui passe par le centre du cadran, et on vérifie alors que son angle avec la ligne de midi est correct (voir figure 14) et ensuite, au moment où l'azimut du soleil est égal à la déclinaison de la table, celle qui passe par la projection orthogonale de l'œilleton.

## Report des courbes sur le cadran

Toutes les courbes sont calculées et reportées sur des calques qui sont ensuite transférés par la technique de la décalcomanie (fig. 11). La position de ces calques est contrainte par les courbes déjà tracées sur le cadran : lignes horaires, équinoxiale, et les deux hyperboles des solstices.

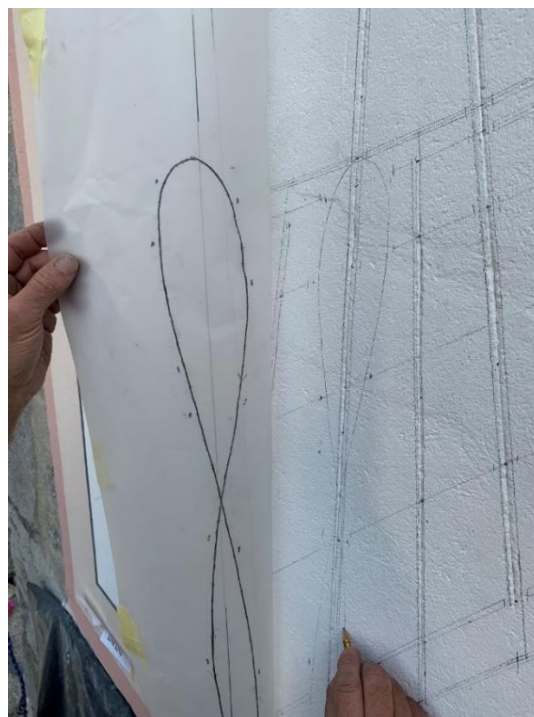


Figure 11. Report du calque de la méridienne, préalablement tracée à partir des calculs. Le calque est « centré » sur la ligne de midi, et contraint entre les hyperboles des solstices (celle du solstice d'hiver est visible en haut de la photo). On remarquera que la largeur de chaque ligne horaire est tracée au crayon pour guider le peintre.

## "Réglage" du cadran et précision

Réglage ? Il n'en est pas question ici, sauf à desceller le style !

En fait, avec la procédure suivie ici, qui a consisté à :

- déterminer précisément les paramètres du cadran (latitude, déclinaison et inclinaison),
- sceller le style compte tenu de ces 3 paramètres,
- pointer les lignes horaires et quelques repères clés du cadran avec le soleil (et les calculs !),
- tracer la droite des équinoxes et les hyperboles des solstices à partir d'une courbe diurne proche de l'équinoxe (8 septembre, 2 semaines avant),
- reporter les calques calculés en s'appuyant sur ces lignes bien établies,

l'ensemble ne laisse pas beaucoup de place aux incertitudes.

Il n'en reste pas moins que l'on ne travaille pas sur une table à dessin ou un écran, mais sur une grande surface verticale maçonnée, où reporter des points à mieux que 1 ou 2 mm pour l'ensemble n'est guère possible.

Il faut savoir qu'aux équinoxes, autour de midi, le déplacement du spot lumineux est de 4mm/minute ;

pour le solstice d'hiver et 15h solaire, c'est 1mm.  
Globalement, la précision de lecture de l'heure est de l'ordre d'une minute.

## Evolution séculaire

La variation de l'inclinaison de la Terre (obliquité de l'écliptique,  $23^{\circ}26'$ ) ne variera pas de manière sensible pour les cadrans, et ne parlons pas de la latitude liée la dérive des continents ! En conséquence les lignes horaires (tant que la journée restera divisée en 24 h !) et les hyperboles restent valables pour des milliers d'années. Mais une menace provient de la suppression actuellement envisagée de la seconde du 31 décembre minuit et éventuellement 30 juin minuit (arrêt des horloges durant 1 seconde) qui compensent le ralentissement actuel de la vitesse de rotation de la Terre : en 1 siècle, le soleil retarderait d'une minute !

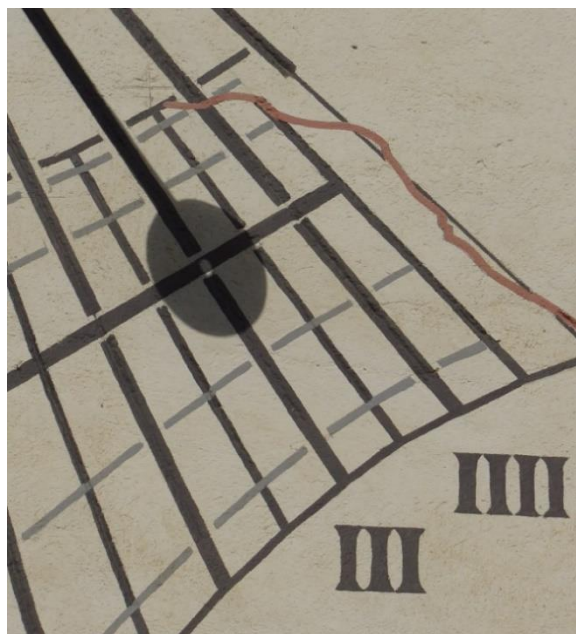


Figure 12. Photographie prise le 21 septembre 2020 à 16h 29min 42sec, heure solaire 15h 00min 00sec. Très bonne concordance de l'indication de l'heure solaire par le cadran. Nous sommes à J-23h de l'automne. Le soleil est encore en dessous de la droite des équinoxes. La comparaison avec la figure 12bis, prise le jour de l'équinoxe donne une idée du cheminement journalier entre hyperboles.

En ce qui concerne la méridienne, l'effet de toupie de l'axe de la Terre, un tour en 26000 ans, induit une variation qui est sensible sur plusieurs centaines d'années : pour 1 siècle, l'écart maximum serait de 15 secondes.

## Vérifications a posteriori

Les figures 12 et 12bis, prises quelques jours après la fin de la construction du cadran, montrent une bonne fiabilité du cadran pour l'indication de l'heure et le suivi des hyperboles par le spot.

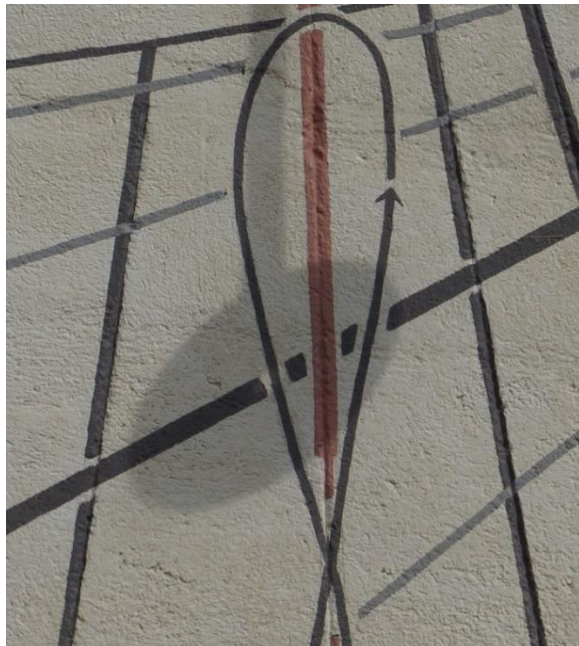


Figure 12bis. Photographie prise le 22 septembre 2020 à 13h 22min 00sec, heure solaire 11h 52min 37sec. C'est le jour de l'automne, le soleil coupera le plan de l'équateur à 15h31 (montre), 2 heures après la prise du cliché. La tâche de lumière est exactement sur la ligne d'équinoxe. Le spot tombe sur l'équation du temps ... du printemps car c'était la dernière photo possible, le soleil, déjà voilé, s'étant ensuite caché pour la journée. L'heure de prise de vue avait été préalablement calculée pour ce côté printemps de la méridienne : là aussi la concordance avec la position du spot est excellente.

*NB : On peut donc vérifier en automne la méridienne du printemps !*

## Données géométriques

La figure 14 fournit des données numériques de distances et angles remarquables. Trois paramètres, latitude déclinaison et inclinaison, sont nécessaires pour établir les droites horaires. Il faut y ajouter la longueur du style pour le calcul des hyperboles et de la méridienne.

*Le coin du spécialiste (voir fig. 14 à droite) : un cadran déclinant-incliné se calcule comme un cadran plein Sud, mais en utilisant :*

- une latitude équivalente :  $63^{\circ} 00'$
- un décalage angulaire :  $33^{\circ} 13'$
- un décalage horaire :  $3\text{h } 41\text{min}$

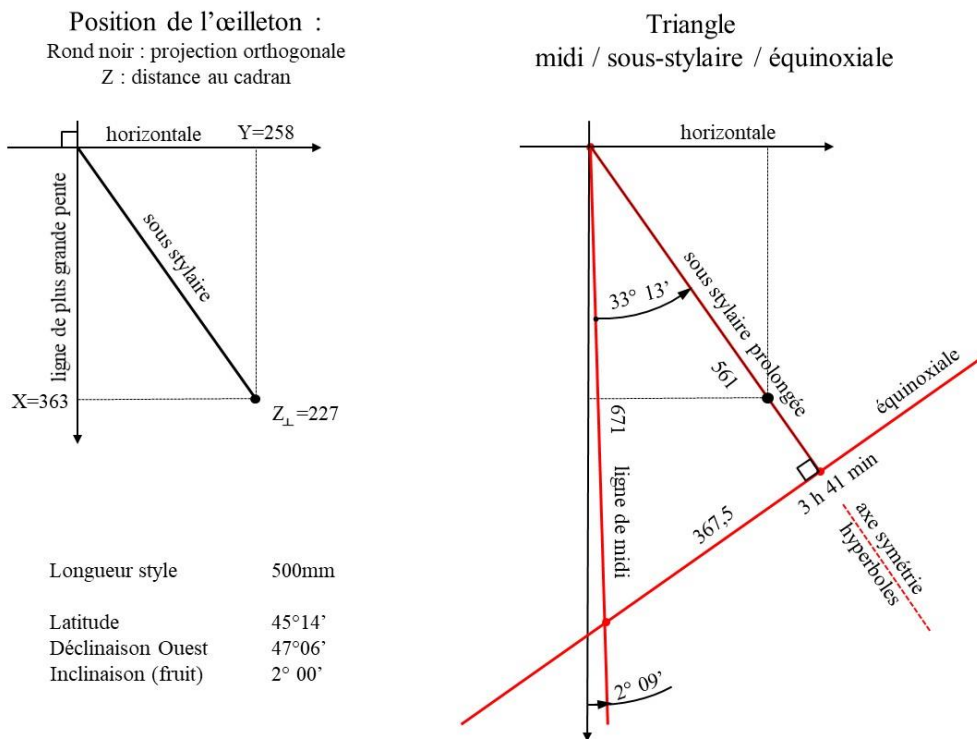


Figure 14. Quelques données géométriques de base du cadran ; les distances sont exprimées en mm.

## Logiciel utilisé

La détermination de la déclinaison du mur, et la connaissance des heures de passage pour des points particuliers demandent de connaître l'azimut et la hauteur du soleil, et aussi de quelques astres pour préciser les reliefs. Ces deux angles sont issus d'un logiciel personnel : tableur Excel, qui s'appuie sur l'ouvrage de Jean MEEUS *Astronomical Algorithms*, quasi intégralement transféré dans le fichier !

Pour le dépouillement de l'enregistrement de la courbe diurne, on n'utilise pas de valeur moyenne journalière de la déclinaison (\*) ou de l'équation du temps, mais la valeur instantanée. Il n'y a donc aucune

approximation et cela laisse la possibilité d'enregistrer sur plusieurs jours si nécessaire.

Toutes les grandeurs nécessaires au tracé des droites horaires, hyperboles et méridienne, et aux vérifications du cadran sont aussi calculées à partir de logiciels personnels, tableur Excel et Python, basés sur les coordonnées polaires qui sont bien appropriées au cadran déclinant incliné.

Le fait de disposer d'outils personnel permet toutes les adaptations ; typiquement, le calcul exact des points de la droite d'équinoxe à partir des points connus d'une courbe diurne est immédiat.

(\*) Aux équinoxes, la courbe diurne ne suit pas exactement l'équinoxiale : d'un bout à l'autre du cadran elle s'en écarte globalement de plus de 3mm.

## 6. Ensoleillement, et panorama vu du cadran

### Ensoleillement

Pour préciser l'ensoleillement du cadran, nous utilisons sur la figure 15 une représentation particulière, la projection stéréographique, base des mystérieux et magnifiques instruments anciens que sont les Astrolabes. Les heures solaires et les courbes diurnes y sont représentées par des cercles orthogonaux. Le critère d'éclairement considéré est l'apparition du point lumineux sur le cadran.

Suivant les saisons, le matin, ce sont les structures de l'église, ici un toit, (trait vert foncé épais) ou l'orientation du cadran (noir épais) qui limitent l'ensoleillement, À l'opposé, nous retrouvons les reliefs, en rouge, qui correspondent au coucher du soleil

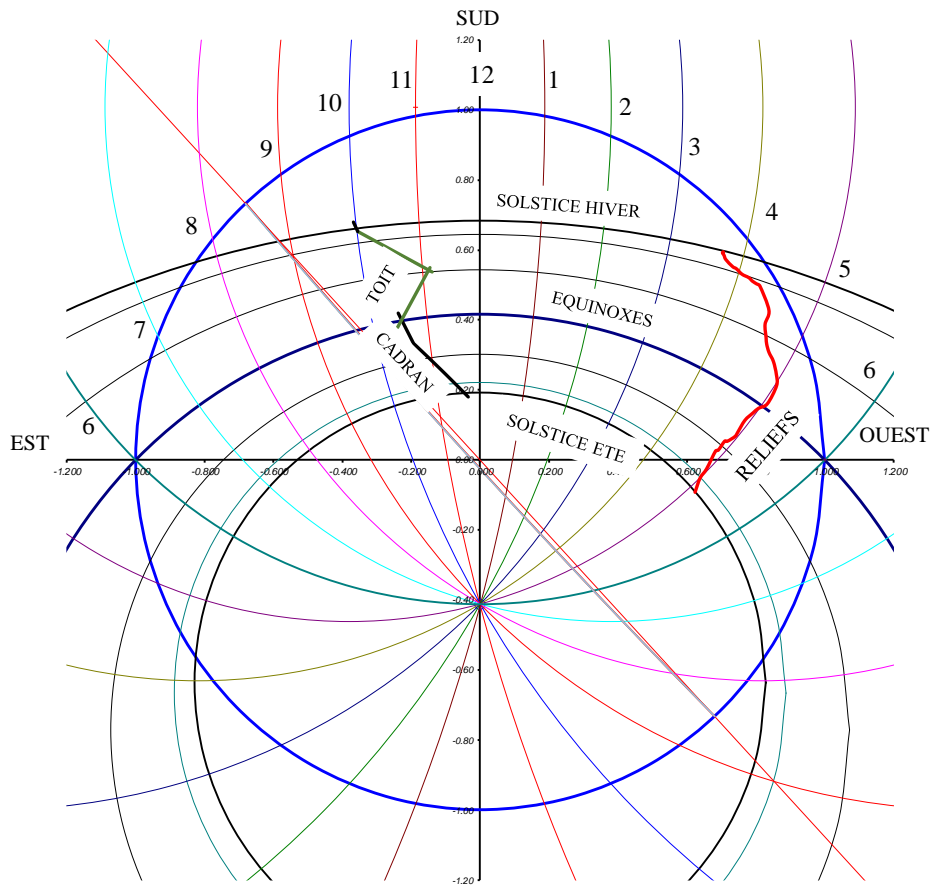


Figure 15. Représentation en projection stéréographique des heures, courbes diurnes et environnement du cadran : horizon, structures de l'église et reliefs.



## Panorama

La figure montre le paysage observé depuis le cadran. La vue passe largement par-dessus le toit inférieur, le Sud est bien dégagé, ce qui est essentiel pour la méridienne. Le soir, en automne et hiver, de nombreux arbres de

différentes espèces occultent les reliefs. Ceux du premier plan sont des feuillus ; laisseront-ils passer le soleil en fin d'automne ? À suivre !

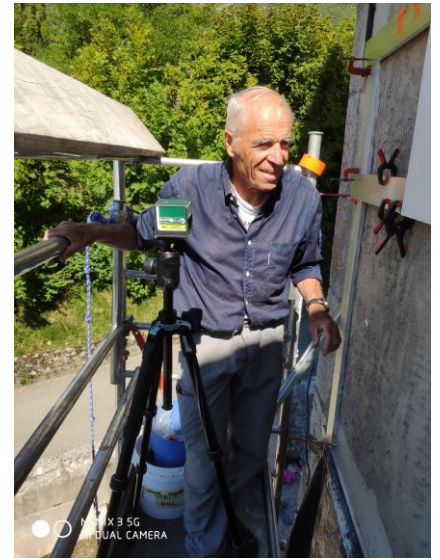
BONNES OBSERVATIONS !



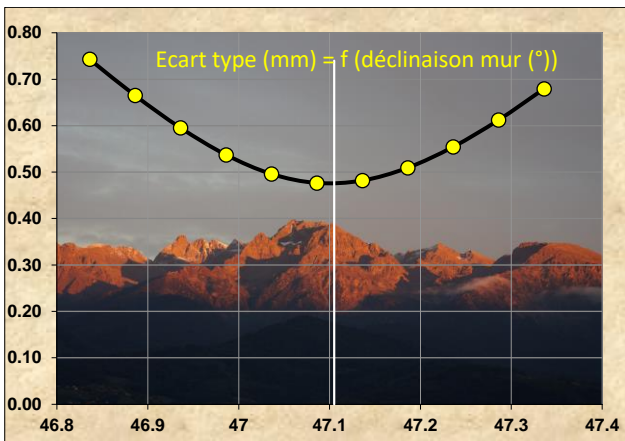
Figure 16. Photographie prise au niveau du cadran (27 août 2020). La flèche indique les deux couchers extrêmes du soleil, à gauche, sur le Moucherotte

(Vercors) pour le solstice d'hiver, caché par la végétation, et à droite sur l'arête du St Eynard (Chartreuse) pour le solstice d'été.

Rédigé par :  
Gilbert VINCENT  
11/11/2020



Date Heure Manuel=0, Auto = 1		SIMULATION DE	
Manuel / Auto	1	Décal. Horaire	Légal
jj:mm:aaaa	08/09/2020	(+1 ou +2)	
heure	12		
minutes	0		
secondes	0		
été=1, hiv.=2	2	T.U. Auto	
TU manuel	8/9/20 10:00	8/9/20 12:17	
		T.U.	
		12:17:15	
		44082.51198	
Ligne midi, v	Heure verticale		0
deg. rad	Heures. rad		Midi
2.16	-0.1425		TU
0.0376	-0.0373		11:34:19
	Heure verticale		11:25:46
	Heure EQT		11:36:49
	Heure EOT2		11:31:02
	H plan normal.		13:50:48





## Annexe : les deux composantes de la méridienne ou équation du temps (E)

La première composante des écarts du soleil par rapport au soleil moyen est liée à l'orbite elliptique de la Terre autour du Soleil.

La figure 17 représente cette trajectoire elliptique, mais du Soleil autour de la Terre, géométriquement équivalente à celle de la Terre autour du Soleil.

D'un jour à l'autre, pour qu'un observateur voie le Soleil au même endroit, on comprend déjà qu'il faut que la Terre :

- fasse un tour sur elle-même
- rattrape l'angle dont le Soleil a avancé sur sa trajectoire durant 1 jour

Or la fameuse loi des aires de Kepler nous enseigne que le Soleil (la Terre en fait) ne tourne pas à vitesse constante : sa vitesse est maximum au périhélie, le 3 janvier et minimum le 4 juillet. Donc ce rattrapage n'est pas constant.

L'écart qui en résulte est directement lié à l'excentricité de l'ellipse. Il est sinusoïdal en fonction du temps, de période un an, voir figure 19.

Ce n'est pas fini ! Ce qui compte en fait pour l'observateur, qui regarde par exemple au Sud, c'est le moment où le Soleil va franchir le plan méridien local. Ce dernier passe par le pôle Nord, et il est perpendiculaire au plan équatorial (voir figure 18).

Ce n'est donc pas la longitude  $\lambda$  du soleil qui compte pour notre observateur, mais bien sa coordonnée  $\alpha$  dans le plan de l'équateur, appelée ascension droite. Cette projection s'appelle la réduction à l'équateur. Elle ne conserve pas les angles. Voir à ce sujet « Les droites horaires » au paragraphe 3.

La différence entre  $\alpha$  et  $\lambda$  est fonction de l'obliquité de l'écliptique  $\varepsilon$  ( $23^{\circ}26'$ ). Elle génère un écart sinusoïdal de période 6 mois, voir figure 19.

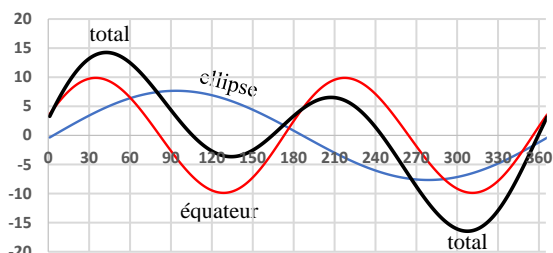


Figure 19. Équation du temps E : Minutes d'avance (en négatif) ou de retard (en positif) en fonction du jour de l'année.

Bleu=ellipse. Rouge=réduction équateur. Noir=total.

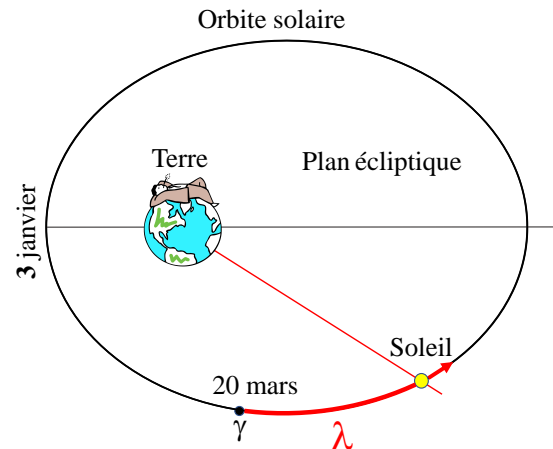


Figure 17. Trajectoire elliptique du Soleil autour de la Terre (équivalent à la Terre autour du Soleil). Une journée solaire nécessite un tour de la Terre sur elle-même plus l'augmentation de la longitude  $\lambda$  pendant cette journée. Durant l'année cette augmentation n'est pas constante (Loi des aires de Kepler) d'où une avance ou un retard par rapport à un soleil moyen.

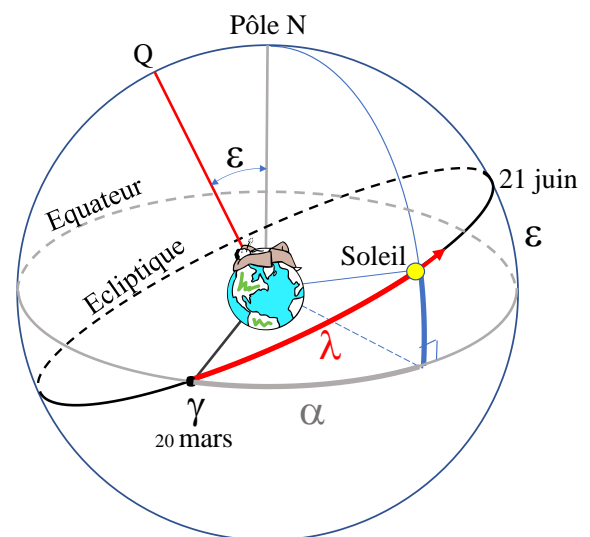


Figure 18. Le repère de l'observateur est lié à la Terre. Pour décider du passage du Soleil, il lui faut connaître son ascension droite  $\alpha$ , légèrement différente de  $\lambda$ . Cette réduction à l'équateur cause aussi avance ou retard.

Pour les matheux :  $\tan \alpha = \cos \varepsilon \cdot \tan \lambda$